

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

# OFFRE DE FORMATION MASTER

## ACADEMIQUE

<b>Etablissement</b>	<b>Faculté</b>	<b>Département</b>
Université Alger 1 Benyoucef Benkhedda	Des Sciences	Mathématiques et Informatique

**Domaine** : Mathématiques et Informatique

**Filière** : Mathématiques

**Spécialité** : Analyse Mathématique et Applications

**Année universitaire** : 2018/2019

# الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

## وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

### عرض تكوين ماستر

### أكاديمي

المؤسسة	الكلية	القسم
جامعة الجزائر 1 بن يوسف بن خدة	كلية العلوم	رياضيات وإعلام آلي

الميدان: رياضيات وإعلام آلي

الشعبة: رياضيات

التخصص: تحليل رياضي وتطبيقات

السنة الجامعية: 2018-2019

## SOMMAIRE

<b>I - Fiche d'identité du Master</b>	04
1 - Localisation de la formation	05
2 - Partenaires de la formation	05
3 - Contexte et objectifs de la formation	05
A - Conditions d'accès	05
B - Objectifs de la formation	05
C - Profils et compétences visées	05
D - Potentialités régionales et nationales d'employabilité	06
E - Passerelles vers les autres spécialités	06
F - Indicateurs de suivi de la formation	06
G - Capacités d'encadrement	06
4 - Moyens humains disponibles	07
A - Enseignants intervenant dans la spécialité	07
B - Encadrement Externe	08
5 - Moyens matériels spécifiques disponibles	09
A - Laboratoires Pédagogiques et Équipements	09
B- Terrains de stage et formations en entreprise	09
C - Laboratoires de recherche de soutien au master	10
D - Projets de recherche de soutien au master	11
E - Espaces de travaux personnels et TIC	11
<b>II - Fiche d'organisation semestrielle des enseignements</b>	12
1- Semestre 1	13
2- Semestre 2	14
3- Semestre 3	15
4- Semestre 4	16
5- Récapitulatif global de la formation	16
<b>III - Programme détaillé par matière</b>	17
<b>IV – Accords / conventions</b>	43

**I – Fiche d'identité du Master**  
**(Tous les champs doivent être obligatoirement remplis)**

## **II – Fiche d'organisation semestrielle des enseignements**

(Prière de présenter les fiches des 4 semestres)

## 1- Semestre 1

Unité d'Enseignement	VHS	V.H hebdomadaire				Coeff	Crédits	Mode d'évaluation	
	14-16 semaines	C	TD	TP	Travail personnel			Continu	Examen
<b>UE fondamentales</b>						<b>9</b>	<b>18</b>		
<b>UEF1</b>									
<b>UEF1.1</b> : Analyse fonctionnelle 1	63h	3h	1h30		3h	4	6	40 %	60 %
<b>UEF1.2</b> : Théorie des Distributions	63h	3h	1h30		3h	3	6	40 %	60 %
<b>UEF1.3</b> : Équations différentielles ordinaires	63h	3h	1h30		3h	2	6	40 %	60 %
<b>UE méthodologie</b>						<b>5</b>	<b>9</b>		
<b>UEM1</b>									
<b>UEM1.1</b> : Optimisation avec contrainte	63h	1h30	1h30	1h30	3h	2	4	40 %	60 %
<b>UEM1.2</b> : Introduction au traitement d'images	42h	1h30		1h30	3h	1	2	100 %	
<b>UEM1.3</b> : Equations différentielles fractionnaires	63h	3h	1h30		3h	2	3	40 %	60 %
<b>UE transversale</b>						<b>3</b>	<b>3</b>		
<b>UET1</b>									
<b>UET1.1</b> : Anglais de base	21h		1h30		2h	2	2		100 %
<b>UET1.2</b> : Communication scientifique	21h			1h30	2h	1	1	100 %	
<b>Total Semestre 1</b>	<b>399h</b>	<b>15h</b>	<b>9h</b>	<b>4h30</b>	<b>22h</b>	<b>17</b>	<b>30</b>		

## 2- Semestre 2 :

Unité d'Enseignement	VHS	V.H hebdomadaire				Coeff	Crédits	Mode d'évaluation	
	14-16 semaines	C	TD	TP	Travail personnel			Continu	Examen
<b>UE fondamentales</b>						<b>9</b>	<b>18</b>		
<b>UEF2</b>									
<b>UEF2.1</b> : EDP Elliptiques	84h	3h	3h		3h	4	7	40 %	60 %
<b>UEF2.2</b> : Analyse fonctionnelle 2	84h	3h	3h		3h	3	7	40 %	60 %
<b>UEF2.3</b> : Théorie spectrale des opérateurs	42h	1h30	1h30		3h	2	4	40 %	60 %
<b>UE méthodologies</b>						<b>5</b>	<b>9</b>		
<b>UEM2</b>									
<b>UEM2.1</b> : Optimisation convexe	63h	1h30	1h30	1h30	3h	3	4	40 %	60 %
<b>UEM2.2</b> : Vision par ordinateur	42h	1h30	1h30		2h	1	3	40 %	60 %
<b>UEM2.3</b> : Calcul scientifique	42h		1h30	1h30	2h	1	2	100 %	
<b>UE transversale</b>						<b>3</b>	<b>3</b>		
<b>UET2</b>									
<b>UET2.1</b> : Anglais scientifique	21h		1h30		2h	2	2		100 %
<b>UET2.2</b> : Corruption et éthique du travail	21h	1h30			2h	1	1		100 %
<b>Total Semestre 2</b>	<b>399h</b>	<b>12h</b>	<b>13h30</b>	<b>3h</b>	<b>20h</b>	<b>17</b>	<b>30</b>		

### 3- Semestre 3 :

Unité d'Enseignement	VHS	V.H hebdomadaire				Coeff	Crédits	Mode d'évaluation	
	14-16 semaines	C	TD	P	Autres			Continu	Examen
<b>UE fondamentales</b>						<b>9</b>	<b>18</b>		
<b>UEF3</b>									
<b>UEF3.1</b> : Théorie des opérateurs sur les espaces de Hardy, Bergman et Bergman harmonique.	63h	3h	1h30		3h	3	6	40 %	60 %
<b>UEF3.2</b> : EDP elliptiques à données irrégulières	63h	3h	1h30		3h	3	6	40 %	60 %
<b>UEF3.3</b> : Différences finies et éléments finis	63h	3h	1h30		2h	3	6	40 %	60 %
<b>UE méthodologies</b>						<b>5</b>	<b>9</b>		
<b>UEM3</b>									
<b>UEM3.1</b> : Modèles avancés pour le traitement des images	63h	3h	1h30		2h	3	6	40 %	60 %
<b>UEM3.2</b> : Introduction au calcul variationnel et applications.	42h	1h30	1h30		2h	2	3	40 %	60 %
<b>UE transversale</b>						<b>3</b>	<b>3</b>		
<b>UET3</b>									
<b>UET3.1</b> : Calcul scientifique pour les équations différentielles	42h	1h30		1h30		2	2	40%	60%
<b>UET3.2</b> : Séminaire	21h		1h30		3h	1	1	100 %	
<b>Total Semestre 3</b>	<b>357h</b>	<b>15h</b>	<b>9h</b>	<b>1h30</b>	<b>15h</b>	<b>17</b>	<b>30</b>		



#### 4- Semestre 4 :

**Domaine** : Mathématiques et Informatique  
**Filière** : Mathématiques  
**Spécialité** : Analyse Mathématique et Applications

Un travail de recherche sera proposé à chaque étudiant. Le travail sera suivi par un enseignant et sanctionné par un mémoire et une soutenance.

Unité d'Enseignement	VHS	Coeff	Crédits
UEF4 : Mémoire	330h	17	30
<b>Total Semestre 4</b>	330h	17	30

**5- Récapitulatif global de la formation:**(indiquer le VH global séparé en cours, TD, pour les 04 semestres d'enseignement, pour les différents types d'UE)

UE VH	UEF	UEM	UET	UED	Total
<b>Cours</b>	357h	189h	42h	00	<b>588h</b>
<b>TD</b>	231h	168h	63h	00	<b>462h</b>
<b>TP</b>	00	84h	42h	00	<b>126h</b>
<b>Travail personnel</b>	364h	280	154h	00	<b>664h</b>
<b>Mémoire</b>	330	00	00	00	<b>798h</b>
<b>Total</b>	<b>1282h</b>	<b>721h</b>	<b>301h</b>	<b>00</b>	<b>2304h</b>
<b>Crédits</b>	86	26	08	00	<b>120</b>
<b>% en crédits pour chaque UE</b>	71%	22%	7%	00	100%

### **III - Programme détaillé par matière** (1 fiche détaillée par matière)

**Intitulé du Master** : Analyse Mathématique et Applications

**Semestre** : S1

**Intitulé de l'UE** : UEF1.1

**Intitulé de la matière** : Analyse Fonctionnelle 1.

**Crédits** : 6

**Coefficients** : 4

**Objectifs de l'enseignement** : Ce module permet à l'étudiant d'acquérir les connaissances théoriques fondamentales lui permettant d'appréhender de manière plus aisée les problèmes qui se posent dans les équations aux dérivées partielles.

**Connaissances préalables recommandées** : Analyse Réelle, Transformations intégrales dans les  $L^p$ , et topologie de niveau de Licence.

**Contenu de la matière** :

- Rappels sur les théorèmes fondamentaux de convergence dans les espaces  $L^p$ .
- Les opérateurs compacts et leur décomposition spectrale
- Topologies faibles et faible étoile.
- Critère de compacité forte dans  $L^p$ .
- Les espaces de Sobolev  $W^{1,p}(I)$  et  $W^{1,p}_0(I)$ .
- Applications aux EDP elliptiques.

**Mode d'évaluation** : Examen (60 %), continue (40 %).

**Références**

1. **H. Brézis**, Analyse fonctionnelle, Théorie et applications, Masson, 1983.
2. **L. Schwartz**, Analyse hilbertienne, Collection méthodes, Hermann, 1979.
3. **Yves Sonntag**, Topologie et analyse fonctionnelle - Cours de Licence avec 240 exercices et problèmes corrigés, Ellipses 1998.
4. **Walter Hengartner, Marcel Lambert, Corina Reischer**, introduction à l'analyse fonctionnelle, presses universitaire du Quebec, 1981.

## **Intitulé du Master : Analyse Mathématique et Applications**

**Semestre : S1**

**Intitulé de l'UE : UEF1.2**

**Intitulé de la matière : Théorie des distributions**

**Crédits : 6**

**Coefficients : 3**

**Objectifs de l'enseignement :** Les distributions de Schwartz sont introduites ainsi que les manipulations fondamentales associées. Les éléments de base des espaces de Sobolev sont enseignés.

**Connaissances préalables recommandées :** Théorie de la mesure et de l'intégration, notion de dérivée au sens classique, formules de Taylor, suites et séries de fonctions.

### **Contenu de la matière :**

- Fonctions-test et convergence dans  $D(\Omega)$  (où  $\Omega$  est un ouvert de  $\mathbb{R}^n$ ).
- Définition d'une distribution. Ordre d'une distribution. Support d'une distribution. Distributions à support compact.
- Convergence des distributions (convergence des suites de distributions – convergence des séries des distributions).
- Opérations sur les distributions. Multiplication des distributions. Dérivation des distributions. Propriétés et Exemples.

**Mode d'évaluation :** Examen (60 %), continue (40 %)

### **Références**

1. Bony J. M., Cours d'analyse. Théorie des distributions et analyse de Fourier. Ellipses, 2001.
2. Friedlander G., Joshi M., Introduction to the theory of distributions. Cambridge University. Press. 1998.
3. Hörmander L., Distribution theory and Fourier analysis. Springer, 2000.
4. Zuily C., Distributions et équations aux dérivées partielles, exercices corrigés. Hermann, 1986.
5. Zuily C., Eléments de distributions et équations aux dérivées partielles. Dunod, 2002.

## **Intitulé du Master : Analyse Mathématique et Applications**

**Semestre : S1**

**Intitulé de l'UE : UEF1.3**

**Intitulé de la matière : Équations différentielles ordinaires**

**Crédits : 6**

**Coefficients : 2**

**Objectifs de l'enseignement :** Apprendre l'étude de la stabilité des solutions des EDO linéaires et non linéaires, avec des applications à divers problèmes (Biomathématique, Contrôle en dimension finie, Mécanique, ...)

**Connaissances préalables recommandées :** Intégration, Calcul matriciel, calcul différentiel, Algèbre linéaire.

### **Contenu de la matière :**

- Généralités sur les équations différentielles.
  - Notion de solution, type de solutions (solution locale, maximale, globale et saturée).
  - Rappels sur les théorèmes d'existence et d'unicité des solutions dans la dimension finie.
- Sur la théorie du point fixe.
- Existence des solutions des équations différentielles ordinaires dans la dimension infinie.
- Notion de stabilité
  - Généralités. Stabilité des systèmes différentiels linéaires. Méthode de Lyapunov.

**Mode d'évaluation :** Examen (60 %), continue (40 %).

### **Références**

- I.I. Vrabie. Differential Equations World scientific publishing. 2011.
- V.I. Arnold. Ordinary Differential Equations. Published by Springer. 1992.

## **Intitulé du Master : Analyse Mathématique et Applications**

**Semestre : S1**

**Intitulé de l'UE : UEM1.1**

**Intitulé de la matière : Optimisation avec contrainte**

**Crédits : 4**

**Coefficients : 2**

**Objectifs de l'enseignement :** Le but de ce cours est de présenter les principales méthodes d'optimisation avec contrainte et de les appliquer à des exemples concrets, en passant par l'étape d'implémentation informatique.

**Connaissances préalables recommandées :** Cours classiques de la licence (Calcul différentiel, Analyse numérique 1).

### **Contenu de la matière :**

- Introduction.
  - Définition des problèmes d'optimisation dans  $\mathbb{R}^n$ .
  - Rappels de calcul différentiel, différentielle de Fréchet, Hessienne, théorème des fonctions implicites.
- Convexité.
  - Ensembles et fonctions convexes.
  - Existence et/ou unicité du minimum d'une fonction. Conditions nécessaires d'optimalité du premier ordre. Conditions nécessaires et/ou suffisantes du second ordre.
- Algorithmes de minimisation sans contrainte : Newton, Quasi-Newton, gradient, gradient à pas optimal, gradient conjugué, relaxation, algorithmes probabilistes.
- Problèmes avec contraintes : Lagrangien, multiplicateurs de Lagrange. Théorème de Kuhn-Tucker. Méthodes primales duales (Uzawa, SQP, Lagrange, Newton). Conditions d'optimalité du premier et du second ordre, avec contraintes. Méthodes de pénalisation intérieure et extérieure.
- Implémentation de divers algorithmes application à des exemples bien choisis.

**Mode d'évaluation :** Examen (60 %), continue (40 %)

### **Références**

1. A. Auslender, Optimisation, méthodes numériques, Masson, 1976.
2. J.P Ciarlet, Analyse Numérique matricielle et introduction à l'optimisation, Masson, 1982.
3. J.C. Culioli, Introduction à l'optimisation, Ellipses, 1998.
4. I. Ekeland, R. Temam, Analyse convexe et problèmes variationnels, Dunod, 1974.

## **Intitulé du Master : Analyse Mathématique et Applications**

**Semestre : S1**

**Intitulé de l'UE : UEM1.2**

**Intitulé de la matière : Introduction au traitement d'images**

**Crédits : 2**

**Coefficients : 1**

**Objectifs de l'enseignement :** Ce cours constitue une introduction au traitement d'image. Il présente un survol de quelques sujets fondamentaux en traitement d'images en montrant des techniques mathématiques simples permettant de les traiter.

**Connaissances préalables recommandées :** Analyse réelle, algèbre linéaire, analyse de Fourier.

### **Contenu de la matière :**

- Introduction
  - Formation de l'image, acquisition, quantification, échantillonnage, propriétés statistiques.
- Transformations géométriques et interpolation, Transformations photométriques.
- Traitement spatial
  - Relations entre les pixels. Transformations d'intensité. Filtrage linéaire. Filtrage non linéaire.
- Traitement fréquentiel.
  - Transformée de Fourier. Théorème de convolution. Filtrage fréquentiel. DCT. Ondelettes.
- Restauration
  - Étude du bruit. Filtrage linéaire. Filtrage non linéaire.
- Segmentation et détection des contours
  - Seuillage/Classification. Croissance de régions. Partition de régions. Regroupement.
  - Approches basées sur le gradient et le Laplacien. Approches analytiques. Méthode paramétriques. Post-traitements.

**Mode d'évaluation :** Examen (60 %), continue (40 %).

### **Références**

- R.C. Gonzales, R.E. Woods, *Digital image processing*, Prentice Hall 2002.
- H. Maitre et al, *Traitement numérique des images*, Cours ENST, 2008.
- Richard Szeliski, *Computer Vision: Algorithms and Applications*, 2011, Springer-Verlag New York, Inc.

**Intitulé du Master :** Analyse Mathématique et Applications

**Semestre :** S1

**Intitulé de l'UE :** UEM1.3

**Intitulé de la matière :** Equations différentielles fractionnaires

**Crédits :** 3

**Coefficients :** 2

**Objectifs de l'enseignement :**

Le but consiste à l'étude des équations différentielles fractionnaires qui constituent aujourd'hui l'un des thèmes importants de la compréhension scientifique et qui sont d'une grande utilité dans la modélisation de nombreux problèmes de la physique mathématique

**Connaissances préalables recommandées :**

Analyse et algèbre et topologie de licence mathématiques

**Contenu de la matière :**

- Intégrales fractionnaires au sens de Riemann-Liouville et Hadamard
- Dérivées fractionnaires au sens de Riemann Liouville, Caputo et Hadamard
- Applications aux problèmes de Cauchy et problèmes aux limites

**Mode d'évaluation :** Examen (60%), Continue (40%),

**Références**

- Podlubny, Fractional Differential Equations, Academic Press, San Diego, 1999.
- A. Kilbas, Hari M. Srivastava, and Juan J. Trujillo, Theory and Applications of Fractional Differential Equations. North-Holland Mathematics Studies, 204. Elsevier Science B.V., Amsterdam, 2006.



**Intitulé du Master** : Analyse Mathématique et Applications

**Semestre** : S1

**Intitulé de l'UE** : UET1.1

**Intitulé de la matière** : Anglais de base

**Crédits** : 2

**Coefficients** : 2

**Objectifs de l'enseignement** : Maitriser technique l'expression en l'anglais ainsi que la communication en utilisant cette langue.

**Connaissances préalables recommandées** : Anglais de base.

**Contenu de la matière** :

- Teaching the specialized vocabulary of applied mathematics.
- Students learn how to use the basic language of mathematics to communicate effectively in the formal register of applied mathematics.
- Teaching the grammatical rules and structures of applied mathematics, including the use of empirical evidence, logical arguments, skepticism, questioning, and criticism, reflecting, predicting, hypothesizing...etc.
- Exposing and introducing students to mathematical discourse through mathematical texts. This is likely to enhance their knowledge and understanding of mathematical terminology and register (definitions, specification, theorems, proofs, restatements, pointers, citations, etc...)

**Mode d'évaluation** : Examen.

**Intitulé du Master** : Analyse Mathématique et Applications

**Semestre** : S1

**Intitulé de l'UE** : UET1.2

**Intitulé de la matière** : Communication scientifique

**Crédits** : 1

**Coefficients** : 1

**Objectifs de l'enseignement** : Le but de ce cours est d'introduire les étudiants aux logiciels de rédaction scientifique (SWP, Latex). Ces logiciels sont devenus des outils incontournables pour le traitement de textes mathématiques.

**Connaissances préalables recommandées** : L'informatique de base et les mathématiques de niveau Licence.

**Contenu de la matière** :

- Méthode de préparation d'exposés, méthodes de présentation d'exposés.
- Méthode de préparation des entretiens.
- Méthode de rédaction d'articles, de documents...etc.
- Préparation d'exposés et de projets types.

**Mode d'évaluation** : Contrôle continu.

**Références**

1. Leslie Lamport. LATEX: A Document Préparation System. Addison-Wesley, 1994.
2. American Mathematical Society AMS-LATEX Version 1.2 User's guide.
3. Jean-Michel Ferrard, Introduction à Maple, 2001.

## **Intitulé du Master** : Analyse Mathématique et Applications

**Semestre** : S2

**Intitulé de l'UE** : UEF2.1

**Intitulé de la matière** : EDP Elliptiques

**Crédits** : 7

**Coefficients** : 4

**Objectifs de l'enseignement** : Ce cours enseigne les équations aux dérivées partielles de type elliptiques où le second membre de l'équation est assez régulière, l'étudiant dans ce module apprendre la théorie d'existence des solutions (fortes et faibles) en utilisant différentes méthodes.

**Connaissances préalables recommandées** : Equation aux dérivées partielles du Niveau de Licence, transformations intégrales dans les  $L^p$ , et Les Distributions de S1.

### **Contenu de la matière** :

- Solutions classiques d'un problème aux limites.
- Théorème du point fixe de Banach : La formule de Green, La méthode de linéarisation
- Solutions faibles d'un problème aux limites, Application sur le p-Laplacian
- Solution faible du problème de Dirichlet homogène
- Résolution par la méthode du point fixe.
- Méthode des opérateurs monotones : Opérateur monotone, borné, hémi-continu, pseudo monotones, Applications sur le p-Laplacian

**Mode d'évaluation** : Examen (60 %), continue (40 %).

### **Références**

1. R. A. ADAMS, Sobolev spaces, Academic Press, New York.
2. H. BREZIS, Analyse fonctionnelle, théorie et applications, Masson, Paris.
3. D. GILBARG and TRUDINGER, Elliptic partial differential equations of second order, Springer-Verlag, New York.
4. F. JOHN, Partial differential equations, Springer-Verlag, Berlin.
5. J. L. Lions, Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires, Dunod, Paris, 1969.
6. L. Moisan, *Modelling and Image Processing*. Notes de cours – Université Paris Descartes.2012.

# Intitulé du Master : Analyse Mathématique et Applications

Semestre : S2

Intitulé de l'UE : UEF2.1

Intitulé de la matière : Analyse fonctionnelle 2

Crédits : 7

Coefficients : 3

**Objectifs de l'enseignement :** Ce cours est la suite de l'Analyse fonctionnelle 1 ; il en donne les concepts et résultats fondamentaux des espaces de Sobolev dans  $R^N$ .

**Connaissances préalables recommandées :** Une très bonne connaissance des espaces normés, ainsi que celles de la théorie de la mesure.

## Contenu de la matière :

- Espaces de Sobolev et formulation variationnelle de problèmes aux limites en dimension un.
- L'espace de Sobolev  $W^{1,p}(\Omega)$ .
- Quelques exemples de problèmes aux limites.
- Principe du maximum.
  
- Définitions et propriétés élémentaires des espaces de Sobolev  $W^{1,p}(\Omega)$ ,  $\Omega$  sous ensemble de  $R^N$ .
- Opérateurs de prolongement, Formulation variationnelle de quelques problèmes aux limites elliptiques, Régularité des solutions faibles.

**Mode d'évaluation :** Continu (40 %), examen (60 %).

## Références

1. H. Brézis, Analyse fonctionnelle, Théorie et applications, Masson 1983
2. L. Schwartz, Analyse hilbertienne, Collection méthodes, Hermann, 1979.
3. Yves Sonntag, Topologie et analyse fonctionnelle - Cours de Licence avec 240 exercices et problèmes corrigés, Ellipses 1998
4. Walter Hengartner, Marcel Lambert, Corina Reischer, introduction à l'analyse fonctionnelle, presses universitaire du Quebec, 1981.
5. P. Tauvel, Analyse complexe, Dunod,, 1999, Exercices corrigés.
6. J. Kuntzmann, Variable complexe. Hermann, Paris, 1967.

# **Intitulé du Master : Analyse Mathématique et Applications**

**Semestre : S2**

**Intitulé de l'UE : UEF2.3**

**Intitulé de la matière : Théorie spectrale des opérateurs**

**Crédits : 4**

**Coefficients : 2**

**Objectifs de l'enseignement** : Ce cours a pour but principal d'initier les étudiants à la théorie spectrale des opérateurs auto adjoints compacts et de déterminer le spectre d'une équation aux dérivées partielles.

**Connaissances préalables recommandées** : Analyse fonctionnelle<sup>1</sup>, Espaces fonctionnels, EDP de licence.

## **Contenu du module :**

- Introduction aux opérateurs bornés et non bornés.
  - Opérateurs adjoints, et auto adjoints, inverses et compacts.
  - Spectre d'un opérateur.
  - Décomposition spectrale d'un opérateur auto adjoint compact.
- Opérateurs compacts
  - Propriétés fondamentales des opérateurs compacts.
  - Valeurs propres et vecteurs propres.
- Théorie spectrales des opérateurs auto adjoints
  - Caractérisation du spectre.
  - Spectre essentiel et spectre discret.
  - Perturbation compacte.
  - Opérateurs auto adjoints à résolvantes compacts.

**Mode d'évaluation : Continu (40 %), examen (60 %).**

## **Références**

1. Yosida K. Functional analysis, Springer Verlag, New York, Berlin, 1967.
2. V. Mikhailov. EDP, Edition Mir.
3. H. Brézis, Analyse fonctionnelle, Théorie et applications, Masson 1983

# **Intitulé du Master : Analyse Mathématique et Applications**

**Semestre** : S2

**Intitulé de l'UE** : UEM2.1

**Intitulé de la matière** : Optimisation convexe

**Crédits** : 4

**Coefficients** : 3

**Objectifs de l'enseignement** : L'objectif principal de ce cours est d'apprendre à reconnaître, manipuler et résoudre une classe relativement large de problèmes convexes émergents dans des domaines comme, par exemple, le traitement du signal

**Connaissances préalables recommandées** : Cours du premier semestre.

## **Contenu de la matière :**

- Introduction.
  
- Modélisation.
  - Ensembles, fonctions et programmes convexes.
  - Rappels d'analyse convexe.
  - Dualité.
  
- Algorithmes.
  - Méthodes de points intérieurs.
  - Contraintes, barrières, self-concordance et complexité.
  - Méthodes du premier ordre, accélération et complexité optimale.
  
- Applications : Traitement d'images.

**Mode d'évaluation** : Continu (40 %), examen (60 %).

## **Références**

1. Y. Nesterov, *Introductory Lectures on Convex Optimization*, Springer.
2. S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*, Cambridge University Press.
3. A. Nemirovski and A. Ben-Tal, *Lectures on Modern Convex Optimization*, SIAM.

# **Intitulé du Master : Analyse Mathématique et Applications**

**Semestre** : S2

**Intitulé de l'UE** : UEM2.2

**Intitulé de la matière** : Vision par ordinateur

**Crédits** : 3

**Coefficients** : 1

**Objectifs de l'enseignement** : Ce cours constitue une introduction à la vision par ordinateur. Il présente un panorama de problèmes de vision exprimés dans un cadre mathématique, ainsi que des techniques de résolution.

**Connaissances préalables recommandées** : Analyse réelle, algèbre linéaire, Optimisation.

## **Contenu de la matière :**

- Formation d'image
  - Cameras et notions d'optique.
- Interprétation des intensités
  - Couleur et illumination.
- Détection et mise en correspondance de points caractéristiques
  - Détection des contours et des coins.
  - Descripteurs locaux.
  - Transformation de Hough.
  - Ajustement des données et algorithme RANSAC.
- Estimation du mouvement.
- Géométrie d'images multiples et reconstruction tridimensionnelle.
- Détection et reconnaissance des objets.

**Mode d'évaluation** : Continu (40 %), examen (60 %).

## **Références**

1. Richard Szeliski, Computer Vision: Algorithms and Applications, Texts in Computer Science, 2011.
2. David Forsyth, Jean Ponce, Computer Vision: A Modern Approach, Prentice Hall Professional Technical Reference, 2002.
3. Klette Reinhard, Concise Computer Vision: An Introduction into Theory and Algorithms, Springer Publishing Company, 2014.

## **Intitulé du Master : Analyse Mathématique et Applications**

**Semestre : S2**

**Intitulé de l'UE : UEM2.3**

**Intitulé de la matière : Calcul scientifique**

**Crédits : 2**

**Coefficients : 1**

**Objectifs de l'enseignement :** Le but de ce cours est d'illustrer l'utilisation des environnements de calcul scientifique (comme Matlab ou Scilab) pour la résolution des problèmes scientifique, en se basant sur le calcul numérique et symbolique et la visualisation.

**Connaissances préalables recommandées :** Cours classiques de la licence (Algorithmique, Algèbre linéaire, Analyse numérique).

### **Contenu de la matière :**

- Rappels d'algorithmiques et de programmation (Matlab, Scilab, Octave, ...)
  - Application à la résolution des équations non-linéaires
- Systèmes linéaires
  - Rappels d'algèbre linéaire (propriétés des matrices, normes matricielles, inversion, conditionnement, décompositions, ...)
  - Méthodes itératives, Matrice de grande dimension, Matrice creuse
  - Méthodes générales de projection
  - Techniques de pré-conditionnement
  - Méthodes de Krylov
  - Implémentations parallèles (GPU)
- Approximation de fonctions et de données
  - Problèmes des moindres carrés
  - Approximation polynomiales et par splines en une et deux dimensions
- Simulation des variables aléatoires et méthodes Monte-Carlo

**Mode d'évaluation :** Examen écrit et mini-projet informatique.

### **Références :**

1. Quarteroni et al. Calcul scientifique, Cours, exercices corrigés et illustrations en MATLAB et Octave, Springer Edition, 2010.
2. Bruno Tuffin. La simulation de Monte-Carlo, Hermes Lavoisier, 2010.
3. [https://www.ceremade.dauphine.fr/~STOEHR/...Monte\\_Carlo/Cours\\_Monte\\_Carlo.pdf](https://www.ceremade.dauphine.fr/~STOEHR/...Monte_Carlo/Cours_Monte_Carlo.pdf).



**Intitulé du Master** : Analyse Mathématique et Applications

**Semestre** : S2

**Intitulé de l'UE** : UET2.1

**Intitulé de la matière** : Anglais scientifique

**Crédits** : 2

**Coefficients** : 2

**Objectifs de l'enseignement** : Maitriser les techniques d'expression en anglais ainsi que la communication.

**Connaissances préalables recommandées** : Anglais de base

**Contenu de la matière** :

- Techniques de communication écrite.
  
- Présentation de méthodes de rédaction de documents différents.
  - Article de recherche.
  - Bibliographie.
  - Ouvrage ou chapitre dans un ouvrage.
  - Rapport interne de recherche.
  - PV de réunion.
  - Une demande de recrutement.
  
- Technique de communication orale.

Cette partie devra se faire sous forme d'exercices pratiques où l'étudiant doit communiquer oralement dans les situations (simulées) suivantes :

  - Présenter un exposé sur un travail donné.
  - Se présenter à un groupe de personnes en vue d'un recrutement.
  - Simuler une réunion de travail, etc.....

**Mode d'évaluation** : Examen.

**Intitulé du Master** : Analyse Mathématique et Applications

**Semestre** : S2

**Intitulé de l'UE** : UET2.2

**Intitulé de la matière** : Corruption et Éthique du travail.

**Crédits** : 1

**Coefficients** : 1

**Objectifs de l'enseignement** :

Informer et sensibiliser l'étudiant du risque de la corruption et le pousser à contribuer dans la lutte contre la corruption.

**Connaissances préalables recommandées** :

**Contenu de la matière** :

- Concept de la corruption.
- Les types de corruption.
- Les manifestations de la corruption administrative et financière.
- Les raisons de la corruption administrative et financière.
  - Causes de la corruption du point de vue des théoriciens.
  - Causes générales de la corruption.
- Les effets de la corruption administrative et financière.
- La lutte contre la corruption par les organismes et les organisations locales et internationales.
- Méthodes de traitement et moyens de lutter contre le phénomène de la.
- Modèles de l'expérience de certains pays dans la lutte contre la corruption.

**Mode d'évaluation** : Examen final.

**Références**

Documentations fournis par le MESRS

**Intitulé du Master** : Analyse Mathématique et Applications

**Semestre** : S3

**Intitulé de l'UE** : UEF3.2

**Intitulé de la matière** : Théorie des opérateurs sur les espaces de Hardy, Bergman et Bergman harmonique.

**Crédits** : 6

**Coefficients** : 3

**Objectifs de l'enseignement** : Dans ce cours on introduit les notions les plus générales sur les opérateurs de Toeplitz et de Hankel sur l'espace de Hardy et de Bergman et Bergman harmonique. Notre objectif est de réunir les outils nécessaires aux études de ces opérateurs, on y étudie notamment les espaces de type BMO et VMO sur le disque.

**Connaissances préalables recommandées** : Analyse fonctionnelle du S1 et S2, Cours d'analyse complexe en licence.

**Contenu de la matière** :

- Les espaces de Hardy et leurs opérateurs
- Les espaces de Bergman
- Opérateurs de Toeplitz
- Opérateurs de Hankel

**Mode d'évaluation** : Continu (40 %), examen (60 %).

**Références**

1. **K. Zhu** : Operator Theory in Function Spaces. Mathematical surveys and Monograph, vol 138. AMS. 2007.
2. **R. G. Douglas** : Banach Algebra Techniques in the Theory of Toeplitz Operators. CBMS. AMS 1972.
3. **P. Halmos** : A Hilbert Space Problem Book. 1982. 2<sup>nd</sup> Graduate Text in Mathematics. Springer. New York- Berlin. 1982.
4. **BJ. B. Garnett** : Bounded Analytic Functions. Springer. 2007.
5. **W. Rudin** : Function theory in the unit ball of  $C^n$ . Springer-Verlag, New York. Berlin.

## **Intitulé du Master : Analyse Mathématique et Applications**

**Semestre : S3**

**Intitulé de l'UE : UEF3.2**

**Intitulé de la matière : EDP elliptiques à données irrégulières**

**Crédits : 6**

**Coefficients : 3**

### **Objectifs de l'enseignement :**

Cette matière présente la suite de la théorie d'existence des équations régulières, c'est-à-dire si la donnée de l'équation est dans  $L^1$  ou dans  $L^m$  avec  $m$  est petit.

**Connaissances préalables recommandées :** Théorie de mesure et intégration, transformations intégrales dans les  $L^p$  de Licence, et EDP du premier semestre.

### **Contenu de la matière :**

- Espaces de Marcinkiewicz, l'espace des mesures de Radon borné  $M(\Omega)$ .
- Laplacien à donnée mesure ou  $L^1$ .
- $p$ -Laplacien à donnée  $L^1$ .
- Source dans  $L^m$  avec  $m$  petit ou dans l'espace de Marcinkiewicz.
  - Solution faible Solution entropique.
  - La comparaison entre la solution faible et la solution entropique.

**Mode d'évaluation :** Continu (40 %), examen (60 %).

### **Références**

1. L. Boccardo and T. Gallouët. Nonlinear elliptic equations with right hand side measures. Comm.P.D.E.17:641–655,1992.,
2. L. Boccardo, T. Gallouët and J.L. Vázquez. Nonlinear elliptic equations in  $\mathbb{R}^n$  without growth restrictions on the data. J. Differential Equations 105(2):334–363,1993.
3. L. Boccardo and H. Brezis. Some remarks on a class of elliptic equations with degenerate coercivity. Boll. Unione Mat. Ital. 6:521–530,2003.
4. L. Boccardo, A. Dall'Aglio and L. Orsina. Existence and regularity results for some elliptic equations with degenerate coercivity. Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena 46:51–81,1998.

## **Intitulé du Master : Analyse Mathématique et Applications**

**Semestre : S3**

**Intitulé de l'UE : UEM3.3**

**Intitulé de la matière : Différences finies et éléments finis**

**Crédits : 6**

**Coefficients : 3**

**Objectifs de l'enseignement :** Ce module a pour but d'étudier des méthodes numériques pour résoudre des EDP et des EDO.

**Connaissances préalables recommandées :** Analyse Numérique, Algèbre linéaire.

### **Contenu de la matière**

- Principe des deux méthodes :
  - Cas de la dimension 1
  - Cas de la dimension 2
- La méthode d'éléments finis.
- Etude de la méthode de différence finies par un problème elliptique unidimensionnel  
Erreur de consistance, stabilité, erreur de discrétisation
- Exemples de discrétisation par différences finies des problèmes paraboliques.
- Problèmes paraboliques
  - Discrétisation par Euler explicite en temps
  - Schème implicite et schéma de Crank-Nicolson.
- Applications

**Mode d'évaluation :** Continu (40 %), examen (60 %).

### **Références**

1. Philippe Ciarlet. The Finite Element Method for Elliptic Problems. North-Holland. 1978.
  2. Susanne Brenner. The Mathematical Theory of Finite Element Methods. 1994
- Daniel Euvrard. Résolution numérique des équations aux dérivées partielles : Différences finies, éléments finis.

## **Intitulé du Master : Analyse Mathématique et Applications**

**Semestre : S3**

**Intitulé de l'UE : UEM3.1**

**Intitulé de la matière : Modèles avancés pour le traitement des images**

**Crédits : 6**

**Coefficients : 3**

**Objectifs de l'enseignement :** Ce cours a pour but de présenter des modèles mathématiques élaborés et récents utilisés en traitement d'images.

**Connaissances préalables recommandées :** Cours du M1, notamment ceux du traitement d'images et d'optimisation.

### **Contenu de la matière :**

- Quelques outils mathématiques pour l'image
  - Problèmes inverses et Modélisation
    - Exemple de problème de restauration et de reconstruction
    - Problème inverse mal pose et conditions de Hadamard - Relation avec les valeurs propres, conditionnement, Régularisation
  - Optimisation dans les espaces de Banach.
  - Formulation variationnelle des équations aux dérivées partielles.
  - Analyse convexe non lisse.
- Quelques modèles de restauration d'image.
  - Équations aux dérivées partielles : Filtrage isotropique par l'équation de la chaleur, Equation de Malik et Perona, Mouvement par courbure moyenne.
  - Régularisation de Tychonov : Espace BV, Modèle de Rudin-Osher-Fatemi, Algorithme de projection de Chambolle.
- Segmentation d'images
  - Contours actifs : Contours actifs, lignes de niveau, Modèle des ballons.
  - Modèle de Mumford-Shah.
- Recalage d'images : Cas rigide et non rigide, flotoptique.
- Problèmes fondamentaux en reconstruction tridimensionnelle.
- Utilisation et implantation des algorithmes en Matlab.

**Mode d'évaluation :** Examen écrit, lecture d'article et projet informatique.

## Références

1. R.C. Gonzales, R.E. Woods, *Digital image processing*, Prentice Hall 2002.
2. H. Maitre et al. *Traitement numérique des images*, Cours ENST, 2008.
3. J. Weickert, *Anisotropic Diffusion in Image Processing* ECMI Series, Teubner-Verlag, 1998.
4. Jean-Michel Morel, Sergio Solimini *Variational methods in image segmentation*, Birkhäuser, 1995.
5. Tony Chan, Jianhong Shen, *Image Processing And Analysis: Variational, Pde, Wavelet, And Stochastic Methods*, SIAM, 2005.

**Intitulé du Master** : Analyse Mathématique et Applications

**Semestre** : S3

**Intitulé de l'UE** : UEM3.2

**Intitulé de la matière** : Introduction au calcul variationnel et applications.

**Crédits** : 3

**Coefficients** : 2

**Objectifs de l'enseignement** : L'objectif de ce module est de maîtriser les outils de minimisation d'une fonctionnelle définie sur des espaces de type Sobolev, et voir comment adapter les conditions pour généraliser au maximum les résultats d'existence obtenues en dimension finie.

**Connaissances préalables recommandées** : Analyse fonctionnelle. Distribution. Espaces  $L^p$  et espaces de Sobolev. Analyse convexe.

**Contenu de la matière** :

- Quelques notions de convergence.
- Semi-continuité inférieure et supérieure.
- Différentiabilité au sens de Gateaux et Fréchet.
- Résultats de minimisation.
- Points extrêmes.
- Théorème de Lax-Milgram.
- Théorie des points critiques, Applications à des problèmes aux limites.

**Références**

1. M. Badiale E. Serra. Semilinear Elliptic Equations for Beginners. Existence results via the variational approach. Universitext. Springer, London (2011).
2. O. Kavian. Introduction à la Théorie des Points Critiques et Applications aux Problèmes Elliptiques. World Scientific (2006).
3. H. Brezis, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential, Equations, Springer, 2010.
4. M. Struwe, Variational Methods: Applications to Nonlinear Partial Differential Equations and Hamiltonian Systems, Springer-Verlag, Berlin, 1996.



**Intitulé du Master** : Analyse Mathématique et Applications

**Semestre** : S3

**Intitulé de l'UE** : UET3

**Intitulé de la matière** : Calcul scientifique pour les équations différentielles

**Crédits** : 2

**Coefficients** : 2

**Objectifs de l'enseignement** : Maîtrise l'outil informatique pour la résolution et la simulation des EDP.

**Connaissances préalables recommandées** : Analyse numérique pour la Licence.

**Contenu de la matière** :

- Prise en main de Matlab.
- Représentation des nombres sur machines et notion d'erreur d'arrondi et de troncature.
- Résolution des équations non linéaires.
- Systèmes linéaires par les méthodes directes et itératives (J, GS, SOR, GMRES...)
- Interpolation et approximation.
- Dérivation et intégration numérique Cas 1D, 2D. Maillage.
- Equations différentielles.
- Différences finis 1D et 2D dans un carré.
- Résolution des EDP avec le Pdetool de Matlab.
- Méthodes numériques pour l'optimisation.
- Utilisation de Freefem++ pour la résolution des EDP elliptiques (Méthode d'élément fini).

**Mode d'évaluation** : Continu (40 %), examen (60 %).

**Références**

1. **AlfioQuarteroni, Fausto Saleri, Paola Gervasio** Calcul Scientifique : Cours, exercices corrigés et illustrations en MATLAB et Octave. Springer-Verlag Italia 2010.
2. **P.G. Ciarlet**, Analyse numérique et équations différentielles, DUNOD, 2006.
3. **J.P. Demailly**, Analyse numérique et équations différentielles, PUG, 1994.
4. **W. Gander, M.J. Gander, and F. Kwok**, Scientific computing : an introduction using maple and matlab, Springer, Cham, 2014.

5. **P. Lascaux and R. Théodor**, Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur, Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur, no. vol. 1, Dunod, 2004.

**Intitulé du Master** : Analyse Mathématique et Applications

**Semestre** : S3

**Intitulé de l'UE** : UET3

**Intitulé de la matière** : Séminaire

**Crédits** : 1

**Coefficients** : 1

**Objectifs de l'enseignement** : Permettre aux étudiants de participer a une activité régulière de présentation scientifique d'articles ou de sujets de recherche.

**Connaissances préalables recommandées**

**Contenu de la matière** : Flexible (en fonctions des exposés).

**Mode d'évaluation** : Continu